

# ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ТЕХНОЛОГИЙ ПЕРЕДАЧИ И ОБРАБОТКИ ИНФОРМАЦИИ И СИГНАЛОВ

УДК 004.942

## ЧИСЛЕННО-АНАЛИТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ЗАДЕРЖКИ НА ОСНОВЕ СМО С ОПЕРАЦИОННЫМ СДВИГОМ ЗАКОНОВ РАСПРЕДЕЛЕНИЙ

*Тарасов В.Н., Бахарева Н.Ф.*

*Поволжский государственный университет телекоммуникаций и информатики, Самара, РФ*

*E-mail: v.tarasov@psuti.ru, n.bakhareva@psuti.ru*

В данной статье демонстрируются результаты для системы массового обслуживания, сформированной подвергнутыми операции сдвига вправо распределением Эрланга и гиперэкспоненциальным распределением второго порядка. Как известно, первое распределение обеспечивает коэффициент вариации меньший единицы, а второе – больший единицы. Сдвиг закона распределения увеличивает математическое ожидание случайной величины, не изменяя при этом ее среднеквадратическое отклонение. Следовательно, при этом уменьшается коэффициент вариации случайной величины. В тоже время, из общей теории систем G/G/1 известна функциональная зависимость задержки требований в очереди от квадратов коэффициентов вариаций интервалов поступлений и времени обслуживания, а представленная система относится именно к этому типу. Таким образом, операционный сдвиг законов распределений приводит к многократному уменьшению задержки по сравнению с обычной системой, и эта величина зависит от значения параметра сдвига. Для построения математической модели задержки использован метод спектрального решения уравнения Линдли, который как известно, применяется во многих сферах научных исследований. В статье также использованы известные приемы аппроксимации законов распределений. Полученные результаты численно-аналитического моделирования в Mathcad однозначно подтверждают адекватность предложенной математической модели задержки.

**Ключевые слова:** операционный сдвиг закона распределения, уравнение Линдли, спектральное решение

### Введение

В русскоязычной и англоязычной научной литературе авторами не обнаружено сведений о системах массового обслуживания (СМО), сформированных с помощью операционного сдвига законов распределений интервалов поступлений и времени обслуживания. Такие СМО с операционным сдвигом законов распределений в дальнейшем будем рассматривать как системы с запаздыванием по времени. Наиболее близко к этой тематике относятся работы [1; 2], в которых аппроксимация очередей к интернет ресурсам представлена как система с запаздыванием во времени.

Исследования по рассматриваемой тематике приведены во многих работах авторов, включая [3–6]. Используемый для этого метод наиболее полно с демонстрацией примеров описан в [7]. Данный метод используется во многих областях научных исследований, например [8; 9]. Кроме того, в работе использованы приемы и методы аппроксимации законов распределений [10–13]. Сравнительно новые результаты по СМО представлены в [14–17].

В работе [6] приведены полученные автором результаты по системе, сформированной функциями плотностей вида:

$$a(t) = 4\lambda^2 t e^{-2\lambda t}, \\ b(t) = q\mu_1 e^{-\mu_1 t} + (1-q)\mu_2 e^{-\mu_2 t}.$$

Для нее получена следующая математическая модель задержки:

$$\bar{W} = \frac{1}{\sigma_1} + \frac{1}{\sigma_2} - \frac{1}{\mu_1} - \frac{1}{\mu_2}. \quad (1)$$

Здесь  $\sigma_1, \sigma_2$  – инверсные значения корней  $-\sigma_1, -\sigma_2$  многочлена третьей степени  $\sigma_3 - c_2\sigma^2 - c_1\sigma - c_0$  с коэффициентами  $c_2 = 4\lambda - \mu_1 - \mu_2, c_1 = 4\lambda(\mu_1 + \mu_2 - \lambda) - \mu_1\mu_2, c_0 = 4\lambda^2 q(\mu_1 - \mu_2) + 4\lambda\mu_1(\mu_2 - \lambda)$ , включающими параметры распределений  $a(t)$  – интервалов поступлений и  $b(t)$  – времени обслуживания.

Все параметры выражения (1) определяются методом моментов через числовые характеристики распределений  $a(t)$  и  $b(t)$ :

$$\bar{\tau}_\lambda = \frac{1}{\lambda}, \quad \bar{\tau}_\lambda^2 = \frac{3}{2\lambda^2}, \quad \bar{\tau}_\mu = \frac{q}{\mu_1} + \frac{(1-q)}{\mu_2}, \\ \bar{\tau}_\mu^2 = \frac{2q}{\mu_1^2} + \frac{2(1-q)}{\mu_2^2}, \quad [6].$$

Здесь « $\bar{\cdot}$ » стандартная операция усреднения для моментов.

### Постановка и решение задачи

Теперь подвернем распределения  $a(t)$  и  $b(t)$  операции сдвига вправо:

$$a(t) = \begin{cases} 4\lambda^2(t-t_0)e^{-2\lambda(t-t_0)}, & t > t_0, \\ 0, & 0 \leq t \leq t_0, \end{cases}, \quad (2)$$

$$b(t) = \begin{cases} q\mu_1 e^{-\mu_1(t-t_0)} + (1-q)\mu_2 e^{-\mu_2(t-t_0)}, & t > t_0, \\ 0, & 0 \leq t \leq t_0. \end{cases} \quad (3)$$

В качестве новых законов распределений  $a(t)$  и  $b(t)$ , формирующих СМО, будем рассматривать (2) и (3). Авторами ставится задача получения численно-аналитической модели задержки для системы, формируемой законами распределений (2) и (3).

Для решения поставленной задачи запишем изображения Лапласа для функций (2) и (3):

$$\begin{aligned} A^*(s) &= [2\lambda / (2\lambda + s)]^2 \cdot e^{-t_0 s}, \\ B^*(s) &= [q \frac{\mu_1}{s + \mu_1} + (1-q) \frac{\mu_2}{s + \mu_2}] \cdot e^{-t_0 s}. \end{aligned}$$

Разложение выражения  $A^*(-s) \cdot B^*(s) - 1 = \alpha(s)/\beta(s)$  на дробно-рациональные функции  $\alpha(s)$  и  $\beta(s)$  приведет к равенству вида:

$$\begin{aligned} \frac{\alpha(s)}{\beta(s)} &= \left( \frac{2\lambda}{2\lambda - s} \right)^2 e^{t_0 s} \times [q \frac{\mu_1}{s + \mu_1} + (1-q) \frac{\mu_2}{s + \mu_2}] e^{-t_0 s} \\ &- 1 = \frac{-s(s + \sigma_1)(s + \sigma_2)(s - \sigma_3)}{(2\lambda - s)^2(s + \mu_1)(s + \mu_2)} \end{aligned} \quad (4)$$

т.к. полином четвертой степени в числителе выражения (4) можно представить в виде разложения  $-\sigma^3 - c_2\sigma^2 - c_1\sigma - c_0$  с коэффициентами, которые приведены выше. Наша задача состоит в определении нулей и полюсов выражения (4). Здесь опущены не очень сложные математические выкладки.

Нужные нам нули полинома третьей степени  $\sigma^3 - c_2\sigma^2 - c_1\sigma - c_0$  (два действительных отрицательных числа) обозначим  $-c_1$ ,  $-c_2$ , а одно положительное число  $\sigma_3$ . Тогда дробно рациональные функции  $\alpha(s)$  и  $\beta(s)$  из выражения (4) будут иметь вид:

$$\begin{aligned} \alpha(s) &= \frac{s(s + \sigma_1)(s + \sigma_2)}{(s + \mu_1)(s + \mu_2)}, \\ \beta(s) &= -\frac{(2\lambda - s)^2}{(s - \sigma_3)} \end{aligned}$$

Из выражения (4) для всех систем с операционным сдвигом следует одно общее свойство, выражющееся в том, что операционный сдвиг не влияет на спектральное решение, т.е. последнее остается инвариантным к операции сдвига законов распределений у СМО. Это вытекает из свойства запаздывания изображения Лапласа и из специфики выражения  $A^*(-s) \cdot B^*(s) - 1 = \alpha(s)/\beta(s)$ , где присутствуют противоположные знаки у перед комплексной частотой  $s$ . Теперь, после того, как найдены составляющие спектрального решения  $\alpha(s)$  и  $\beta(s)$ , а также определены их нули и полюса, мы можем утверждать, что они удовлетворяют всем требованиям спектрального решения [7].

Таким образом, для систем с операционным сдвигом законов распределений, можем использо-

вать те же результаты, что и для обычных систем. При этом учитываем последствия применения операции сдвига, которые изменят и числовые характеристики, а также параметры этих распределений.

Спектральные решения для обычной системы и системы с операционным сдвигом будут совпадать, и, следовательно, численно-аналитическая модель задержки (1) справедлива и для системы с операционным сдвигом. При этом надо учесть тот факт, что числовые характеристиками сдвинутых распределений (2) и (3) и параметры этих распределений становятся функционально зависимыми от параметра сдвига.

Для применения в дальнейшем формулы (1) для расчета средней задержки, через изображения Лапласа запишем начальные моменты до второго порядка.

Для закона распределения (2):

$$\begin{aligned} \bar{\tau}_\lambda &= \lambda^{-1} + t_0, \quad \bar{\tau}_\lambda^2 = t_0^2 + \frac{2t_0}{\lambda} + \frac{3}{2\lambda^2}, \\ c_\lambda &= [\sqrt{2}(1 + \lambda t_0)]^{-1}. \end{aligned} \quad (5)$$

Для закона распределения (3)

$$\begin{aligned} \bar{\tau}_\mu &= q\mu_1^{-1} + (1-q)\mu_2^{-1} + t_0 \\ \bar{\tau}_\mu^2 &= 2[q\mu_1^{-2} + (1-q)\mu_2^{-2}] + t_0^2 + 2t_0[q\mu_1^{-1} + (1-q)\mu_2^{-1}], \quad (6) \\ c_\mu^2 &= \frac{[(1-q^2)\mu_1^2 - 2\mu_1\mu_2 q(1-q) + q(2-q)\mu_2^2]}{[t_0\mu_1\mu_2 + (1-q)\mu_1 + q\mu_2]^2}. \end{aligned}$$

Из уравнений моментов (5) и (6) определяем параметры распределений (2) и (3). Из них следует, что параметры  $\mu$ ,  $c_\mu$ ,  $t_0$  связаны ограничением  $c_\mu \geq 1 - t_0 / \bar{\tau}_\mu$ ,  $0 < t_0 < \bar{\tau}_\mu$ . Таким образом, система  $E_2/H_2/1$ , сформированная операционным сдвигом распределений (2) и (3) применима при выполнении ограничений

$$c_\mu \geq 1 - t_0 / \bar{\tau}_\mu, \quad 0 < t_0 < \bar{\tau}_\mu. \quad (7)$$

Функциональная зависимость коэффициентов вариаций интервалов поступлений и времени обслуживания  $c_\lambda$  и  $c_\mu$  от параметра сдвига  $t_0$  явно прослеживается из выражений (5) и (6), и как будет видно из следующего раздела, полностью подтверждается при численном расчете.

Алгоритм применения выражения (1) для дальнейших расчетов относительно прост. Через заданные начальные моменты распределений из уравнений (5) и (6) последовательно определяем все параметры выражения (1) [6].

### Численные эксперименты в Mathcad

На рисунке 1 представлен вариант расчета среднего времени ожидания для случая высокой нагрузки, равной 0,95 при коэффициенте вариации времени обслуживания, равном 2 и параметре сдвига 0,99.

Таблица 1. Результаты серии численных расчетов в Mathcad

Входные параметры				Среднее время ожидания	
$\rho$	$c_\lambda$	$c_\mu$	$t_0$	для системы $S_2$	для системы $S_1$
0,6	0,287	1,010	0,99	0,764	3,212
	0,495	1,500	0,5	1,702	
	0,672	1,818	0,1	2,865	
	0,703	1,990	0,01	3,176	
	0,707	1,998	0,001	<b>3,208</b>	
0,95	0,042	1,010	0,99	9,690	42,570
	0,371	1,500	0,5	22,471	
	0,640	1,900	0,1	37,980	
	0,700	1,990	0,01	42,098	
	0,706	1,999	0,001	<b>42,522</b>	

$$\begin{aligned} \tau\mu &:= 1 & \tau\lambda &:= \frac{20}{19} & \rho &:= \frac{\tau\mu}{\tau\lambda} = 0.95 & t0 &:= 0.99 \\ \lambda &:= \frac{1}{(\tau\lambda - t0)} = 15.96638655 & c\lambda &:= \frac{1}{\sqrt{2 \cdot (1 + \lambda \cdot t0)}} = 0.04207285 \\ q &:= \frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{4} - \frac{(\tau\mu - t0)^2}{2 \cdot [(\tau\mu - t0)^2 + c\mu^2 \cdot \tau\mu^2]}} = 0.99995099 & c\mu &:= 2 - \frac{t0}{\tau\mu} = 1.01 \\ \mu_1 &:= 2 \cdot \frac{q}{(\tau\mu - t0)} = 199.99019752 & \mu_2 &:= 2 \cdot \frac{(1 - q)}{(\tau\mu - t0)} = 0.00980248 \\ C2 &:= 4 \cdot \lambda - \mu_1 - \mu_2 = -136.13445378 & C1 &:= 4\lambda \cdot (\mu_1 + \mu_2 - \lambda) - \mu_1 \cdot \mu_2 = 11751.44684533 \\ C0 &:= 4 \cdot \lambda^2 \cdot q \cdot (\mu_1 - \mu_2) + 4 \cdot \lambda \cdot \mu_1 (\mu_2 - \lambda) = 105.21177462 \\ \text{Given} \quad \sigma^3 - C2 \cdot \sigma^2 - C1 \cdot \sigma - C0 &= 0 \\ \text{Find}(\sigma) &\rightarrow (-8.952E-003 \quad -1.961E+002 \quad 5.994E+001) \\ \sigma_1 &:= 0.0089521628052948987533 & \sigma_2 &:= 196.06745193676547407 \\ W &:= \frac{1}{\sigma_1} + \frac{1}{\sigma_2} - \frac{1}{\mu_1} - \frac{1}{\mu_2} = 9.69 \end{aligned}$$

Рисунок 1. Пример численного расчета в программе Mathcad

Из программы на Mathcad хорошо прослеживается алгоритм применения расчетной формулы (1). В таблице 1 представлены результаты серии численных расчетов в Mathcad.

В таблице 1 приведены результаты численных расчетов в Mathcad для указанной системы с операционным сдвигом законов распределений (обозначена  $S_2$ ) при значениях параметра сдвига  $t_0$  от 0,001 до 0,99 для случаев умеренной и высокой нагрузки

( $\rho = 0,6; 0,95$ ) для сравнительно малого значения коэффициента вариации времени обслуживания значения  $c_\mu = 2$  соответственно для обычной системы (обозначена  $S_1$ ).

### Заключение

Операционный сдвиг законов распределений уменьшает коэффициенты вариаций интервала между поступлениями и времени обслуживания требований и, как следствие, уменьшается средняя

задержка. Результаты табл. 1 демонстрируют, как уменьшаются коэффициенты вариаций при изменении значений параметра сдвига.

Адекватность предложенной численно-аналитической модели задержки в системе с операционным сдвигом подтверждается несколькими факторами. Во первых результаты расчетов таблицы 1 полностью подтверждают общую теорию систем G/G/1 в части функциональной зависимости задержки от коэффициентов вариаций. Во-вторых, поведение задержки в зависимости от величины параметра сдвига свидетельствует о сохранении свойства непрерывности для указанных СМО, обычных и с операционным сдвигом. Кроме того, результаты по системам с запаздыванием во времени согласуются с данными имитационного моделирования [18].

## Литература

1. Limiting the oscillations in queues with delayed information through a novel type of delay announcement / S. Novitzky [et al.] // Queueing Systems. 2020. Vol. 95. P. 281–330. DOI: <https://doi.org/10.1007/s11134-020-09657-9>
2. Nonlinear dynamics in queueing theory: determining the size of oscillations in queues with delay / S. Novitzky [et al.] // SIAM Journal on Applied Dynamical Systems. 2019. Vol. 18, no. 1. P. 279–311.
3. Тарасов В.Н. Расширение класса систем массового обслуживания с запаздыванием // Автоматика и телемеханика. 2018. № 12. С. 57–70.
4. Тарасов В.Н., Ахметшина Э.Г. Среднее время ожидания в системе массового обслуживания H2/H2/1 с запаздыванием // Вестник Самарского государственного технического университета. Серия: Физико-математические науки. 2018. Т. 22, № 4. С. 702–713.
5. Тарасов В.Н. Системы массового обслуживания с запаздыванием во времени // Информационные технологии. 2021. Т. 27, № 6. С. 291–298.
6. Тарасов В.Н. Спектральное разложение для модели задержки на основе СМО с эрланговским и гиперэкспоненциальным распределениями // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2022. Т. 25, № 3. С. 24–28.
7. Клейнрок Л. Теория массового обслуживания / под редакцией В.И. Неймана; пер. с англ. М.: Машиностроение, 1979. 432 с.
8. Do T.V., Chakka R., Sztrik J. Spectral expansion solution methodology for QBD-M processes and applications in future internet engineering // Studies in Computational Intelligence. 2016. Vol. 479. P. 131–142. DOI: 10.1007/978-3-319-00293-4-11
9. Spectral method for two-dimensional ocean acoustic propagation / X.A. Ma [et al.] // Journal of Marine Science and Engineering. 2021. No. 9. P. 1–19. DOI: <https://doi.org/10.3390/jmse9080892>
10. Алиев Т.И. Основы моделирования дискретных систем. СПб: СПбГУ ИТМО, 2009. 363 с.
11. Алиев Т.И. Аппроксимация вероятностных распределений в моделях массового обслуживания // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2013. № 2(84). С. 88–93.
12. Myskja A. An improved heuristic approximation for the GI/GI/1 queue with bursty arrivals // Teletraffic and Datatraffic in a Period of Change: ITC-13. Elsevier Science Publishers, 1991. P. 683–688.
13. Whitt W. Approximating a point process by a renewal process: two basic methods // Operation Research. 1982. Vol. 30, no. 1. P. 125–147.
14. Gromoll H.C., Terwilliger B., Zwart B. Heavy traffic limit for a tandem queue with identical service times // Queueing Systems. 2018. Vol. 89, no. 3. P. 213–241.
15. Jacobovic R., Kella O. Asymptotic independence of regenerative processes with a special dependence structure // Queueing Systems. 2019. Vol. 93. P. 139–152. DOI: 10.1007/s11134-019-09606-1
16. Wang L., Kulkarni V. Fluid and diffusion models for a system of taxis and customers with delayed matching // Queueing Systems. 2020. Vol. 96. P. 101–131. DOI: 10.1007/s11134-020-09659-7
17. Legros B. M/G/1 queue with event-dependent arrival rates // Queueing Systems. 2018. Vol. 89, no. 3. P. 269–301.
18. Тарасов В.Н., Бахарева Н.Ф. Имитационная модель СМО с гиперэкспоненциальным распределением в среде GPSS WORLD // Инфокоммуникационные технологии. 2022. Т. 20, № 4. С. 7–13. DOI: 10.18469/ikt.2022.20.3.03

Получено 20.03.2024

**Тарасов Вениамин Николаевич**, д.т.н., профессор, заведующий кафедрой управления в технических системах Поволжского государственного университета телекоммуникаций и информатики (ПГУТИ). 443090, Российская Федерация, г. Самара, Московское шоссе, 77. Тел. +7 846 228-00-13. E-mail: v.tarasov@psuti.ru

**Бахарева Надежда Федоровна**, д.т.н., профессор, заведующий кафедрой информатики и вычислительной техники ПГУТИ. 443090, Российская Федерация, г. Самара, Московское шоссе, 77. Тел. +7 846 339-11-31. E-mail: n.bahareva@psuti.ru

## NUMERICAL-ANALYTICAL DELAY MODEL BASED ON QS WITH OPERATIONAL SHIFT OF DISTRIBUTION PRINCIPLES

*Tarasov V.N., Bakhareva N.F.*

*Povelzhskiy State University of Telecommunications and Informatics, Samara, Russian Federation*

*E-mail: v.tarasov@psuti.ru, n.bahareva@psuti.ru*

This article demonstrates results for a queuing system formed by right-shifting an Erlang distribution and a second-order hyperexponential distribution. As is known, the first distribution provides a coefficient of variation less than one, and the second one – more than one. From the general queuing theory, it is known that the average delay of requests in the queue in the QS G/G/1 is related to the coefficients of variation of arrival intervals and service times by a quadratic dependence, and the system we are considering belongs precisely to this type. An operational shift in the distribution laws leads to a multiple reduction in delay compared to a conventional system, and this value depends on the value of the shift parameter. To construct a mathematical model of the delay, the method of spectral solution of the Lindley integral equation for the system under consideration was applied. For the practical application of the obtained results, the standard method of oprobability theory moments is used. The obtained results of numerical and analytical modeling in Mathcad clearly confirm the adequacy of the proposed mathematical delay model.

**Keywords:** shifted Erlang and hyperexponential distributions, Lindley integral equation, spectral decomposition method, Laplace transform

**DOI:** 10.18469/ikt.2023.21.4.01

**Tarasov Veniamin Nikolaevich**, Povelzhskiy State University of Telecommunications and Informatics, 77, Moskovskoe shosse, Samara, 443090, Russian Federation. Head of Software and Management in Technical Systems Department, Doctor of Technical Science, Professor. Tel. +7 846 228-00-13. E-mail: v.tarasov@psuti.ru

**Bakhareva Nadezhda Fedorovna**, Povelzhskiy State University of Telecommunications and Informatics, 77, Moskovskoe shosse, Samara, 443090, Russian Federation. Head of Informatics and Computer Technics Department, Doctor of Technical Science, Professor. Tel. +7 846 339-11-31. E-mail: n.bahareva@psuti.ru

### References

1. Novitzky S. et al. Limiting the oscillations in queues with delayed information through a novel type of delay announcement. *Queueing Systems*, 2020, vol. 95, pp. 281–330. DOI: <https://doi.org/10.1007/s11134-020-09657-9>
2. Novitzky S. et al. Nonlinear dynamics in queueing theory: determining the size of oscillations in queues with delay. *SIAM Journal on Applied Dynamical Systems*, 2019, vol.18, no. 1, pp. 279–311.
3. Tarasov V.N. Extension of the class of queueing systems with delay. *Avtomatika i telemekhanika*, 2018, no.12, pp. 57–70. (In Russ.)
4. Tarasov V.N., Ahmetshina E.G. Average waiting time in the H2/H2/1 queuing system with delay. *Vestnik Samarskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta. Seriya: Fiziko-matematicheskie nauki*, 2018, vol. 22, no. 4. pp. 702–713. (In Russ.)
5. Tarasov V.N. Queuing systems with a time lag. *Informacionnye tekhnologii*, 2021, vol. 27, no. 6, pp. 291–298. (In Russ.)
6. Tarasov V.N. Spectral decomposition for QS-based delay model with Erlang and hyperexponential distributions. *Physics of Wave Processes and Radio Systems*, 2022, vol. 25, no. 3, pp. 24–28. (In Russ.)

7. Kleinrock L. *Queueing theory*. Ed by V.I. Neimona. Transl. From English. Moscow: Mashinostroenie, 1979, 432 p. (In Russ.)
8. Do T.V., Chakka R., Sztrik J. Spectral expansion solution methodology for QBD-M processes and applications in future internet engineering. *Studies in Computational Intelligence*, 2016, vol. 479, pp. 131–142. DOI: 10.1007/978-3-319-00293-4-11
9. Ma X.A. et al. Spectral method for two-dimensional ocean acoustic propagation. *Journal of Marine Science and Engineering*, 2021, no. 9, pp. 1–19. DOI: <https://doi.org/10.3390/jmse9080892>
10. Aliev T.I. *Fundamentals of discrete system modeling*. Saint Petersburg: SPbGU ITMO, 2009, 363 p. (In Russ.)
11. Aliev T.I. Approximation of probability distributions in queueing models. *Nauchno-tehnicheskij vestnik informacionnyh tekhnologij, mekhaniki i optiki*, 2013, vol. 84, no. 2, pp. 88–93. (In Russ.)
12. Myskja A. An improved heuristic approximation for the GI/GI/1 queue with bursty arrivals. *Teletraffic and datatraffic in a Period of Change: ITC-13*. Elsevier Science Publishers, 1991. pp. 683–688.
13. Whitt W. Approximating a point process by a renewal process: two basic methods. *Operation Research*, 1982, vol. 30, no. 1, pp. 125–147.
14. Gromoll H.C., Terwilliger B., Zwart B. Heavy traffic limit for a tandem queue with identical service times. *Queueing Systems*, 2018, vol. 89, no. 3, pp. 213–241.
15. Jacobovic R., Kella O. Asymptotic independence of regenerative processes with a special dependence structure. *Queueing Systems*, 2019, vol. 93, pp. 139–152. DOI: 10.1007/s11134-019-09606-1
16. Wang L., Kulkarni V. Fluid and diffusion models for a system of taxis and customers with delayed matching. *Queueing Systems*, 2020, vol. 96, pp. 101–131. DOI: 10.1007/s11134-020-09659-7
17. Legros B. M/G/1 queue with event-dependent arrival rates. *Queueing Systems*, 2018, vol. 89, no. 3, pp. 269–301.
18. Tarasov V.N., Bahareva N.F. Simulation model of a QS with hyperexponential distribution in the GPSS WORLD environment. *Infokommunikacionnye tekhnologii*, 2022, vol. 20, no. 4, pp. 7–13. (In Russ.)

*Received 20.03.2024*

## СЕТИ СВЯЗИ И МУЛЬТИСЕРВИСНЫЕ УСЛУГИ

УДК 004.852

### ВЫЯВЛЕНИЕ АНОМАЛИЙ ТРАФИКА В БОРТОВОЙ СЕТИ АВТОМОБИЛЯ С ПОМОЩЬЮ РЕКУРРЕНТНОЙ LSTM НЕЙРОСЕТИ

Трошин А.В.

Поволжский государственный университет телекоммуникаций и информатики, Самара, РФ  
E-mail: a.v.troshin77@yandex.ru

В современных автомобилях высокого уровня применяется множество электронных блоков контроля и управления, повышающих удобство вождения и собирающих большие объемы информации о работе различных узлов. В значительной части такого автотранспорта для обмена сообщениями между электронными блоками применяется сеть контроллеров - надежное и простое решение, которое, однако, не обеспечивает никаких средств защиты передаваемых данных. Проблема уязвимости сети контроллеров все более обостряется по мере того, как возрастает обмен данными между автомобилями, дорожной инфраструктурой и Интернетом. Трафик атак на сеть контроллеров можно рассматривать как аномальный по отношению к легитимным сообщениям, что позволяет использовать для их обнаружения различного рода методы обнаружения аномалий. В данной работе рассматривается способ выявления аномалий трафика на базе рекуррентной нейросети с ячейками долгой краткосрочной памяти, спроектированной по архитектуре энкодер-декодер.

**Ключевые слова:** сеть контроллеров, обнаружение аномалий, обучение без учителя, кибербезопасность, рекуррентная нейросеть