

**МОДЕЛИРОВАНИЕ СИСТЕМ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ С
РАВНОМЕРНЫМ ЗАКОНОМ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ***Тарасов В.Н., Бахарева Н.Ф.**Поволжский государственный университет телекоммуникаций и информатики, Самара, РФ**E-mail: v.tarasov@psuti.ru, n.bakhareva@psuti.ru*

Статья посвящена исследованию систем массового обслуживания, с применением равномерного закона распределения вероятностей. Это важно для оценки средних значений времени ожидания в очереди и длин очередей в системе. Ни в научных статьях по массовому обслуживанию, ни в многочисленных книгах на эту тему нет упоминаний о равномерном законе распределения вероятностей. Более того, в трехпозиционной символике Кендалла для систем массового обслуживания нет даже места и символа для обозначения такой системы. Данная статья призвана, с одной стороны, разъяснить, чем это вызвано, а с другой – доказательно продемонстрировать, что для таких систем нельзя получить аналитическое решение методом спектрального решения интегрального уравнения Линдли. Следовательно, возникает необходимость получения такого решения с использованием других возможных методов, т.к. равномерный закон – известный закон теории вероятностей – играет большую роль в имитационном моделировании. Известная литература по имитационному моделированию, в частности по универсальной системе GPSS WORLD – дискретно-событийного моделирования систем массового обслуживания, содержит множество примеров моделей систем массового обслуживания с реализацией равномерного закона распределения.

Ключевые слова: законы распределения вероятностей, имитационное моделирование, спектральное разложение, решение интегрального уравнения Линдли, универсальная система моделирования GPSS WORLD

Введение

Рассмотрим систему массового обслуживания (СМО), в которой интервалы между поступлениями требований τ_λ и случайные времена их обслуживания τ_μ описываются функциями плотности равномерного закона распределения:

$$\begin{aligned} f_\lambda(t) &= \begin{cases} 0, & t \leq a, \\ 1/(b-a), & a < t \leq b, \\ 0, & t > b, \end{cases} \\ f_\mu(t) &= \begin{cases} 0, & t \leq c, \\ 1/(d-c), & c < t \leq d, \\ 0, & t > d. \end{cases} \end{aligned} \quad (1)$$

Следовательно, интервалы между соседними моментами поступлений требований распределены равномерно на интервале (a, b) , а случайное время обслуживания – на интервале (c, d) . Для существования стационарного режима функционирования такой системы должно выполняться условие – коэффициент загрузки системы $0 < \rho < 1$. Коэффициент загрузки системы как всегда определяется соотношением двух средних значений интервалов $\rho = \bar{\tau}_\mu / \bar{\tau}_\lambda$. В случае применения равномерных законов распределений средние значения совпадают с серединами рассматриваемых интервалов и условие для стационарного режима функционирования системы примет вид: $(c+d)/2 < (a+b)/2$.

Как уже было отмечено, ни в научных статьях по массовому обслуживанию, ни в многочисленных книгах на эту тему нет упоминаний о равномерном законе распределения вероятностей [1–5] и др. Более того, в трехпозиционной символике Кендалла классификации СМО нет даже места в контексте описания рассматриваемой системы.

В имитационном моделировании все обстоит иначе. В большинстве книг по дискретно-событийному моделированию, в частности, по GPSS WORLD [6–13], можно найти множество примеров успешных имитационных моделей СМО с применением равномерного закона распределения. Следует отметить также, что этот закон распределения занимает важное место в имитационном моделировании. Продемонстрируем сказанное на примере.

Равномерный закон распределения вероятностей на интервале $(0, 1)$ является основополагающим в имитационном моделировании. Генераторы псевдослучайных последовательностей для этого закона входят в библиотеку программного обеспечения любых персональных компьютеров в виде библиотечных функций. На основе этого генератора могут быть сгенерированы случайные величины, распределенные в соответствии с любым законом распределения по известным алгоритмам [10]. Возьмем, например, экспоненциальный закон распределения.

ненциальный закон распределения с функцией плотности $f_\lambda(x) = \lambda e^{-\lambda x}$. Сгенерируем случайную величину X на интервале $(0, 1)$, вычислим натуральный логарифм $\ln X$, умножим $\ln X$ на величину $-1/\lambda$. В итоге получим экспоненциально распределенную случайную величину $-(1/\lambda) \ln X$, со средним значением $1/\lambda$. В этом и заключается алгоритм преобразования равномерно распределенной случайной величины на интервале $(0, 1)$ в экспоненциально распределенную случайную величину.

Корректность этого алгоритма может быть продемонстрирована следующим образом. Функция $F(x)$ распределения вероятностей случайной величины X определяется для любого действительного аргумента x как вероятность события $F(x) = P(X < x)$. Для экспоненциального закона распределения со средним значением $1/\lambda$ функция распределения примет вид

$$F(x) = \int_0^x \lambda e^{-\lambda t} dt = 1 - e^{-\lambda x}.$$

Тогда

$$P\left(-\frac{1}{\lambda} \ln X < x\right) = P(\ln X \geq \lambda x) = P(X \geq e^{-\lambda x}) = \\ = P(e^{-\lambda x} \leq X \leq 1) = 1 - e^{-\lambda x}.$$

Таким образом, убеждаемся в том, что вышеописанный алгоритм обеспечивает генерацию экспоненциально распределенной случайной величины. Аналогично дело обстоит и с другими законами распределений. Таким образом, генератор псевдослучайных чисел на интервале $(0, 1)$ играет фундаментальную роль в имитационном моделировании [10].

Постановка и решение задачи

В статье ставится задача выяснения того факта, почему в теории массового обслуживания не рассматриваются системы, функционирующие в соответствии с равномерным законом распределения вероятностей и выясняется причина отсутствия решения для этого случая. Известно, что основным инструментарием вывода решений в теории массового обслуживания являются теория марковских процессов и метод спектрального решения интегрального уравнения Линдли. В то же время, в практике имитационного моделирования СМО, в частности в GPSS World, равномерный закон занимает лидирующие позиции.

Рассмотрим первую часть поставленной задачи, а именно метод спектрального решения интегрального уравнения Линдли для систем,

функционирующих по закону равномерного распределения вероятностей исходных временных интервалов поступлений и обслуживания. Сам метод подробно и с приведением конкретных примеров описан в [1]. С использованием вышеуказанного метода авторами данной статьи и получены результаты для множества СМО. Этот метод применяется во многих областях науки и техники [1; 14–18].

Далее, в первую очередь определим необходимые нам для решения поставленной задачи изображения функций плотности распределения вероятностей Лапласа (1), которые обозначим как $F_\lambda^*(s)$ и $F_\mu^*(s)$ соответственно:

$$F_\lambda^*(s) = \frac{1}{b-a} \int_a^b e^{-st} dt = \frac{e^{-bs} - e^{-as}}{s(a-b)}, \\ F_\mu^*(s) = \frac{1}{d-c} \int_c^d e^{-st} dt = \frac{e^{-ds} - e^{-cs}}{s(c-d)}. \quad (2)$$

Убедимся в правильности этих преобразований (2), а для этого найдем среднее значение интервала между соседними поступлениями, т.е. математическое ожидание для равномерного закона распределения вероятностей, а оно как известно равно середине интервала (a, b) .

Значение первой производной со знаком минус от функции $F_\lambda^*(s)$:

$$-\frac{d}{ds} \left[\left(\frac{1}{a-b} \right) \left(\frac{1}{s} \right) (e^{-bs} - e^{-as}) \right] = \\ = -\frac{e^{-as} - e^{-bs}}{s^2(a-b)} - \frac{ae^{-as} - be^{-bs}}{s(a-b)}, \\ \lim_{s \rightarrow 0} \left[\frac{e^{-bs} + bse^{-bs}}{s^2(a-b)} - \frac{e^{-as}(as+1)}{s^2(a-b)} \right] = \frac{a^2 - b^2}{2(a-b)} = \frac{a+b}{2}.$$

Следовательно, изображения Лапласа (2) определены корректно.

Как того требует метод спектрального решения, попытаемся сконструировать для выражения, составленного из изображений Лапласа $F_\lambda^*(-s) \cdot F_\mu^*(s) - 1$ представление в виде дробно-рациональной функции $s: \alpha(s)/\beta(s)$ в комплексной плоскости для определения его нулей и полюсов. Таким образом, промежуточная задача сводится к построению выражения:

$$F_\lambda^*(-s) \cdot F_\mu^*(s) - 1 = \alpha(s)/\beta(s). \quad (3)$$

Подставив в (3) компоненты (2), получим спектральное разложение решения интегрального уравнения Линдли для нашей системы, которое принимает вид:

$$\begin{aligned}
F_{\lambda}^*(-s) \cdot F_{\mu}^*(s) - 1 &= \left(\frac{1}{b-a} \right) \left(\frac{1}{s} \right) (e^{bs} - e^{as}) \times \\
&\times \left[\left(\frac{1}{d-c} \right) \left(\frac{1}{s} \right) (e^{-cs} - e^{-ds}) \right] - 1 = \\
&= \frac{(e^{as} - e^{bs})(e^{-cs} - e^{-ds}) - s^2(a-b)(c-d)}{s^2(a-b)(c-d)}.
\end{aligned} \quad (4)$$

В числителе разложения (4) фигурируют четыре экспоненты, что свидетельствует о том, что для СМО согласно равномерному закону распределения при спектральном решении интегрального уравнения Линдли не удастся получить дробно-рациональной функции в комплексной плоскости s . Следовательно, с использованием данного метода для такой системы нельзя получить точное аналитическое решение для среднего времени ожидания требований в очереди. При этом возможность получения решения с использованием других методов исключать нельзя.

Теперь попробуем получить приближенное решение с помощью этого же метода. Для конструирования рациональной функции s в (4) попробуем разложить показательные функции в ряд Маклорена:

$$e^x = 1 + x + x^2/2! + x^3/3! + \dots \quad (5)$$

ограничимся тремя первыми слагаемыми ряда (5).

Для этого рассмотрим пример 1. Возьмем интервал поступления требований (a, b) , где $a=0,5$, $b=1,5$, а для времени обслуживания интервал (c, d) , где $c=0,4$, $d=1,4$. Тогда середины отрезков будут равны $(a+b)/2=1,0$, $(c+d)/2=0,9$, что обеспечивает коэффициент загрузки системы $\rho=0,9$. Спектральное решение для этого примера принимает вид:

$$\begin{aligned}
&(1+0,5s+0,125s^2-1-1,5s-1,125s^2)/s^2 \times \\
&\times (1-0,4s+0,08s^2-1+1,4s-0,98s^2)-s^2 = \\
&= 0,9s^2-0,1s-2,0.
\end{aligned}$$

Числитель разложения согласно методу спектрального разложения должен иметь в качестве нуля число $s=0$, но это условие не выполняется. Поэтому делаем вывод, что для рассматриваемой нами системы методом спектрального решения нельзя получить даже приближенного

аналитического решения. Таким образом, ни для какой СМО, в состав которой входит равномерный закон распределения, нельзя построить аналитическое решение для оптимизации задержки требований в очереди методом спектрального решения, тем самым, надо попытаться использовать другие методы.

Решение поставленной задачи на основе имитационного моделирования

Универсальная система дискретно-событийного моделирования GPSS WORLD не нуждается в рекламировании. Она разработана для оценки эффективности различных систем, представимых в виде систем массового обслуживания [6–13] и включает в виде библиотечных программ множество генераторов псевдослучайных последовательностей для различных законов распределений.

Для вышерассмотренного примера 1 построим имитационную модель в системе GPSS WORLD. Увеличив масштаб модельного времени в 10 раз, избавимся от нецелочисленных значений a, b, c, d . Ниже приведен текст программы на GPSS WORLD.

```

10 GENERATE 10,5
20 QUEUE QCHAN
30 SEIZE CHAN
40 DEPART QCHAN
50 ADVANCE 9,5
60 RELEASE CHAN
70 TERMINATE 1
80 START 1000000

```

Ниже на рисунке 1 приведен фрагмент стандартного отчета GPSS для примера 1. Весь отчет занимает много места, здесь же мы ограничимся только фрагментом из основных характеристик СМО.

Из отчета следует, что всего было сгенерировано 1000001 транзакт, их прогон через модель приводит к формированию следующей статистики: загрузка системы $\rho=0,900$, среднее время обслуживания $\bar{\tau}_{\lambda}=8,996$ единиц модельного времени, среднее время ожидания в очереди $\bar{W}=6,224$ единиц времени, а средняя длина очереди $\bar{N}_q=0,622$. Анализ этих результатов в сравнении с исходными данными для имитационной модели свидетельствует о том, что эта модель работает идеально.

FACILITY	ENTRIES	UTIL.	AVE.TIME	AVAIL.	OWNER	PEND	INTER	RETRY	DELAY
CHAN	1000001	0.900	8.996	1	1000001	0	0	0	0

QUEUE	MAX	CONT.	ENTRY	ENTRY(0)	AVE.CONT.	AVE.TIME	AVE.(-0)	RETRY
QCHAN	10	1	1000001	299046	0.622	6.224	8.880	0

Рисунок 1. Фрагмент стандартного отчета системы GPSS для примера 1

Заметим, что при имитационном моделировании СМО относительно небольшое число статистических испытаний отражает работу системы в переходном режиме. Мы в демонстрационных примерах использовали большое число испытаний, что отражает функционирование системы в стационарном режиме.

Пример 2. Рассмотрим в качестве интервала поступлений требований (a, b) интервал $(1,5; 2,5)$ со средним значением в 2,0 единицы модельного времени. Возьмем в качестве закона обслуживания экспоненциальный закон распределения вероятностей со средним значением 1,8 единиц времени, что дает нам коэффициент загрузки, равный 0,9. Опять увеличиваем масштаб времени в 10 раз, чтобы исключить из рассмотрения дробные числовые значения.

Ниже приведен текст программы на GPSS WORLD.

```
10 GENERATE 20,5
20 QUEUE QCHAN
30 SEIZE CHAN
40 DEPART QCHAN
50 ADVANCE (Exponential(11,0,18))
60 RELEASE CHAN
70 TERMINATE 1
80 START 1000000
```

На рисунке 2 приведен фрагмент стандартного отчета GPSS.

Из этого отчета следует, что в ходе работы программы сгенерировано 100000 транзактов, прогон которых через имитационную модель, дает следующую статистику: загрузка системы $\rho = 0,901$, среднее время обслуживания $\bar{\tau}_\lambda = 18,013$ единиц модельного времени, среднее время ожидания в очереди $\bar{W} = 77,617$ единиц времени, а средняя длина очереди $\bar{N}_q = 3,881$ требований. Результаты моделирования практически идентичны исходным данным имитационной модели. Таким образом, с использованием универсальной системы имитации GPSS World можно моделировать СМО с применением равномерного закона распределения в сочетании с множеством других законов распределений.

Заключение

В соответствии с полученными результатами можно сделать следующие выводы. Частично

получен ответ на вопрос, почему же в теории массового обслуживания не рассматриваются системы, функционирующие в соответствии с равномерным законом распределения вероятностей, хотя он стоит на первом месте в курсе теории вероятностей. Показано, что для таких СМО нельзя получить аналитическое решение методом спектрального решения для среднего времени ожидания требований в очереди, следовательно, аналитически не могут быть определены и остальные характеристики функционирования СМО, являющиеся производными от среднего времени ожидания. Поэтому следует попытаться получить это решение другими методами.

Мы также убедились, что такие системы хорошо моделируются средствами имитационного моделирования, в частности на GPSS WORLD. При этом в известной литературе по системе GPSS WORLD рассмотрение примеров моделирования СМО начинается именно с равномерного закона распределения.

Данный случай можно отнести к парадоксу теории массового обслуживания, когда для самого простого закона распределения из курса теории вероятностей невозможно построить аналитическое решение для среднего времени ожидания требований в очереди методом спектрального решения интегрального уравнения Линдли. Для всех других систем, не относящихся к равномерному закону, это решение находится.

Литература

1. Клейнрок Л. Теория массового обслуживания / под ред. В.И. Неймана; пер. с англ. М.: Машиностроение, 1979. 432 с.
2. Бочаров П.П., Печинкин А.В. Теория массового обслуживания. М.: Изд-во РУДН, 1995. 529 с.
3. Nain P. Basic Elements of Queueing Theory. Inria, 2004. 110 p.
4. Sztrik J. Basic Queueing Theory. Debrecen, 2012. 193 p.
5. Brannstrom N.A. Queueing Theory Analysis of Wireless Radio Systems, Applied to HS-DSCH. Lulea University of Technology, 2004. 79 p.
6. Боев В.Д. Моделирование систем. Инструментальные средства GPSS World: учебное пособие. СПб.: БХВ-Петербург, 2004. 368 с.

```
FACILITY ENTRIES UTIL. AVE.TIME AVAIL. OWNER PEND INTER RETRY DELAY
CHAN      1000000 0.901 18.013 1      0      0      0      0      0

QUEUE MAX CONT. ENTRY ENTRY(0) AVE.CONT. AVE.TIME AVE.(-0) RETRY
QCHAN 48    0    1000000 187921    3.881    77.617    95.578    0
```

Рисунок 2. Фрагмент стандартного отчета GPSS для примера 2

7. Кудрявцев Е.М. GPSS World. Основы имитационного моделирования различных систем. М.: ДМК Пресс, 2004. 320 с.
8. Алиев Т.И. Основы моделирования дискретных систем: учебное пособие. СПб.: СПбГУ ИТМО, 2009. 363 с.
9. Шрайбер Т.Дж. Моделирование на GPSS. М.: Машиностроение, 1980. 592 с.
10. Law A.M., Kelton D. Simulation Modeling and Analysis. Fourth Edition, McGraw-Hill, 2007. 800 p.
11. Zhernovyi Yu. Simulation models of modified multiple vacation policy for multi-server queuing systems // SCIREA Journal of Information Science and Systems Science. 2022. Vol. 6, no. 1. P. 62–88.
12. Стародубцев П.А., Сторожок Е.А. Моделирование звукоподводной сети Ethernet в среде GPSS WORLD // Автоматизация, телемеханика и связь в нефтяной промышленности. 2021. № 2 (571). С. 32–35.
13. Arablu F.D., Guliyev A.M. Modeling and simulation for performance evaluation of models of queuing service systems with limited and unlimited buffer in distributed networks // Journal of Modern Technology and Engineering. 2017. Vol. 2, no.1. P. 90–105.
14. Do T.V., Chakka R., Sztrik J. Spectral expansion solution methodology for QBD-M processes and applications in future internet engineering // Studies in Computational Intelligence. 2016. Vol. 479. P. 131–142.
15. Spectral method for two-dimensional ocean acoustic propagation / X.A. Ma [et al.] // Journal of Marine Science and Engineering. 2021. Vol. 9, no. 8. P. 892. DOI: 10.3390/jmse9080892
16. Тарасов В.Н. Особенности аналитического моделирования СМО с гиперэрланговским и эрланговским распределениями // Информационные технологии. 2023. Т. 29, № 6. С. 284–289.
17. Тарасов В.Н., Ахметшина Э.Г. Среднее время ожидания в системе массового обслуживания H2/H2/1 с запаздыванием // Вестник Самарского государственного технического университета. Серия: Физико-математические науки. 2018. Т. 22, № 4. С. 702–713.
18. Малахов С.В., Тарасов В.Н. Экспериментальные исследования производительности сегмента программно-конфигурируемой сети // Интеллект. Инновации. Инвестиции. 2013. № 2. С. 81–85.

Дата поступления 18.11.2024

Дата принятия 20.12.2024

Тарасов Вениамин Николаевич, д.т.н., профессор, заведующий кафедрой управления в технических системах Поволжского государственного университета телекоммуникаций и информатики» (ПГУТИ). 443090, Российская Федерация, Московское шоссе, 77. Тел. +7 960 827-22-33. E-mail: v.tarasov@psuti.ru

Бахарева Надежда Федоровна, д.т.н., профессор, заведующий кафедрой информатики и вычислительной техники ПГУТИ. 443090, Российская Федерация, Московское шоссе, 77. Тел. + 7 927 757-23-28. E-mail: n.bahareva@psuti.ru

UDC 621.391.1: 621.395
DOI: 10.18469/ikt.2024.22.3.02

MODELING OF QUEUEING SYSTEMS ACCORDING TO UNIFORM DISTRIBUTION PRINCIPLE

Tarasov V.N., Bakhareva N.F.

*Povolzhskiy State University of Telecommunications and Informatics, Samara, Russian Federation
E-mail: v.tarasov@psuti.ru, n.bahareva@psuti.ru*

The article is devoted to the study of queuing systems that include a uniform probability distribution principle. This is important for assessing the average values of waiting time in a queue and the lengths of queues in the system. Neither in scientific articles on mass service, nor in numerous books devoted to this issue, is there any mention of the uniform probability distribution law. Moreover, in Kendall's three-position symbolism for queuing systems there is not even a place or symbol to designate such a queuing systems. This article aims, on the one hand, to explain this is so, and on the other hand, to demonstrate conclusively that for such systems it is impossible to obtain an analytical solution using the spectral

solution method of the Lindley integral equation. Therefore, there is a need to obtain such solution using other possible methods, since the uniform principle is a well-known law of probability theory and plays a major role in simulation modeling. Well-known literature on simulation modeling, in particular on the universal GPSS WORLD system – discrete-event modeling of queuing systems, contains many examples of queuing system models with a uniform distribution principle.

Keywords: *probability distribution principles, simulation modeling, spectral decomposition, solution of the Lindley integral equation, universal modeling system GPSS WORLD*

Tarasov Veniamin Nikolaevich, Povolzhskiy State University of Telecommunications and Informatics, 77, Moskovskoe shosse, Samara, Russian Federation; Head of Technical Systems Management Department, Doctor of Technical Science, Professor. Tel. +7 960 827-22-33. E-mail: v.tarasov@psuti.ru

Bakhareva Nadezhda Fedorovna, Povolzhskiy State University of Telecommunications and Informatics, 77, Moskovskoe shosse, Samara, Russian Federation; Head of Computer Technics Department, Doctor of Technical Science, Professor. Tel. +7 927 757-23-28. E-mail: n.bahareva@psuti.ru

References

1. Kleinrock L. *Queuing Theory*. Ed by V.I. Neumann. Transl. from English. Moscow: Mashinostroenie, 1979, 432 p. (In Russ.)
2. Bocharov P.P., Pechinkin A.V. *Queueing Theory*. Moscow: Izd-vo RUDN, 1995, 529 p. (In Russ.)
3. Nain P. *Basic Elements of Queueing Theory*. Inria, 2004, 110 p.
4. Sztrik J. *Basic Queueing Theory*. Debrecen, 2012, 193 p.
5. Brannstrom N.A. *Queueing Theory Analysis of Wireless Radio Systems, Applied to HS-DSCH*. Lulea University of Technology, 2004, 79 p.
6. Boyev V.D. *Modeling of systems. GPSS World tools: Textbook*. Saint-Petersburg: BKhV-Petersburg, 2004, 368 p. (In Russ.)
7. Kudryavtsev E.M. *GPSS World. Fundamentals of simulation modeling of various systems*. Moscow: DMK Press, 2004, 320 p. (In Russ.)
8. Aliyev T.I. *Fundamentals of Discrete Systems Modeling: Textbook*. Saint Petersburg: SPbGU ITMO, 2009, 363 p. (In Russ.)
9. Shrayber T.Dzh. *Modeling on GPSS*. Moscow: Mashinostroyeniye, 1980, 592 p. (In Russ.)
10. Law A.M., Kelton D. *Simulation Modeling and Analysis*. Fourth Edition, McGraw-Hill, 2007, 800 p.
11. Zhernovyi Yu. Simulation models of modified multiple vacation policy for multi-server queuing systems. *SCIREA Journal of Information Science and Systems Science*, 2022, vol. 6, no. 1, pp. 62–88.
12. Starodubtsev P.A., Storozhok E.A. Modeling a sound-driven ethernet network in the GPSS world environment. *Avtomatizatsiya, telemekhanika i svyaz' v neftyanoy promyshlennosti*, 2021, no. 2 (571), pp. 32–35. (In Russ.)
13. Arablu F.D., Guliyev A.M. Modeling and simulation for performance evaluation of models of queuing service systems with limited and unlimited buffer in distributed networks. *Journal of Modern Technology and Engineering*, 2017, vol. 2, no.1, pp. 90–105.
14. Do T.V., Chakka R., Sztrik J. Spectral expansion solution methodology for QBD-M processes and applications in future internet engineering. *Studies in Computational Intelligence*, 2016, vol. 479, pp. 131–142.
15. Ma X.A. et al. Spectral method for two-dimensional ocean acoustic propagation. *Journal of Marine Science and Engineering*, 2021, vol. 9, no. 8, pp. 892. DOI: 10.3390/jmse9080892
16. Tarasov V.N. Features of analytical modeling of qs with hypererlang and erlang distributions. *Informatsionnyye tekhnologii*, 2023, vol. 29. no. 6, pp. 284–289. (In Russ.)
17. Tarasov V.N., Ahmetshina E.G. The average waiting time in a $H2/H2/1$ queueing system with delay. *Vestnik Samarskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta. Seriya: Fiziko-*

matematicheskie nauki, 2018, vol. 22, no.4, pp. 702–713. (In Russ.)

18. Malahov S.V., Tarasov V.N. Experimental studies of software configurable network segment capacity. *Intellekt. Innovacii. Investicii*, 2013, no. 2, pp. 81–85. (In Russ.)

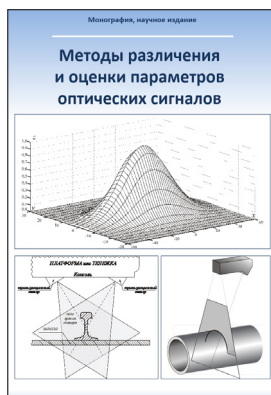
Received 18.11.2024

Accepted 20.12.2024

Реклама

Диязитдинов, Р.Р.

Методы различения и оценки параметров оптических сигналов: монография, научное издание / Р. Р. Диязитдинов. – Самара: Изд-во ПГУТИ, 2019. – 139 с.



ISBN 978-5-904029-89-0

УДК 681.518.5

ББК 32.811.3

В монографии представлены способы и алгоритмы обработки оптических сигналов. Описаны методы измерения скорости движущихся объектов и совмещения одномерных и двумерных сигналов, обнаружения появляющихся объектов на слабо меняющемся фоне и обнаружения известного сигнала на изображении.

Монография предназначена для научных работников, аспирантов и студентов старших курсов, специализирующихся в области оптических способов измерений.